

## ЗАХТЈЕВ ЗА ДАВАЊЕ САГЛАСНОСТИ НА ИЗВЈЕШТАЈ О УРАЂЕНОЈ ДОКТОРСКОЈ ДИСЕРТАЦИЈИ

Шифра за идентификацију дисертације: 1404/15

Шифра УДК (бројчано): 514.172.4

Web адреса на којој се налази извјештај Комисије о урађеној докторској дисертацији:  
www.ffuis.edu.ba

### СЕНАТУ УНИВЕРЗИТЕТА У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ

Молимо вас да, у складу са чланом 141. Закона о високом образовању, (Службени гласник РС број 67/20) дате сагласност на урађену докторску дисертацију:

Назив дисертације: **Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима**

Научна област УДК (текст): Конвексни цјелобројни полигони

Презиме и име кандидата: **мр Марко Ћитић**

Ментор и састав комисије за оцјену дисертације:

1. Др Видан Говедарица, ванредни професор, Алгебра и геометрија, Електротехнички факултет Источно Сарајево, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор,
2. Др Душко Јојић, редовни професор, Алгебра и геометрија, Природно-математички факултет Бањалука, Универзитет у Бањој Луци и
3. Др Валентина Тимотић, доцент, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

Главни допринос дисертације:

Докторска дисертација кандидата мр Марка Ћитића под насловом "*Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима*" припада области Алгебра и геометрија. Предмет истраживања у овој докторској дисертацији су конвексни полигони и конвексни цјелобројни полигони, прецизније конвексни шестоуглови и осмоуглови и конвексни цјелобројни петоуглови, шестоуглови и седмоуглови. Полазећи од познате неједнакости паралелограма која важи за конвексне четвороуглове, доказане су неке аналогне неједнакости овој неједнакости за конвексне шестоуглове и конвексне осмоуглове, које повезују збир квадрата страница, збир квадрата дијагонала и површину конвексног шестоугла, односно осмоугла.

Стенли Рабиновиц је у својој докторској дисертацији из 1986. године доказао низ корисних особина везаних за конвексне цјелобројне полигоне. Између осталог, конструисао је конвексан цјелобројан полигон минималне површине са произвољним фиксираним парним бројем страница. Лако се показује да су у конструисаном полигону сви гранични четвороуглови трапези. Егзистенција конвексних цјелобројних полигона са непарним бројем страница, чији су сви гранични четвороуглови трапези, показао се у општем случају као сложенији проблем. У докторској дисертацији кандидата мр Марка Ћитића посматрани су проблеми егзистенције конвексних цјелобројних петоуглова и конвексних цјелобројних седмоуглова чији су сви гранични четвороуглови трапези.

Кандидат при рјешавању ових проблема паралелност дужи, тј. посматрана геометријска својства, уз помоћ вектора преводи у одговарајућа алгебарска својства – алгебарске једначине. Затим рјешавањем добијеног система алгебарских једначина кандидат рјешава постављени проблем.

### ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Презиме и име кандидата : мр Марко Ћитић

Назив завршеног факултета: Филозофски факултет Пале

Одсјек, група, смјер: Математика

Година дипломирања: 2007.

Назив специјализације: -

Назив магистарске тезе: Егзистенција неких конвексних цјелобројних полигона

Научно подручје: Математика

Година одбране: 2012.

Факултет и мјесто: Филозофски факултет Пале

Објављени радови кандидата:

1. Видан Говедарица, Марко Ћитић, *Конвексни цјелобројни полигони са граничним трапезима*, Прва математичка конференција Републике Српске, зборник радова, књига 6, том 3, 87–92, Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву, 2012.

2. Marko Ćitić, *Jedan kombinatorni način za određivanje suma nekih stepenih redova*, Трећа математичка конференција Републике Српске, separat, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2014.

3. Nebojša Elez, Marko Ćitić, *Uopštenje nejednakosti paralelograma*, Трећа математичка конференција Републике Српске, zbornik radova, том 2, 73-74, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2014.

4. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, Milan R. Rapaić, Tomislav B. Šekara, *Optimizacija površine u konveksnim cjelobrojnim petouglovima*, Четврта математичка конференција Републике Српске, zbornik radova, том 1, 173-182, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2015.

5. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, *Nejednakosti između zbira kvadrata stranica, zbira kvadrata dijagonala i površine u konveksnim šestouglovima*, Пета математичка конференција Републике Српске (у штампи).

6. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, *Optimizacija zbira kvadrata stranica, zbira kvadrata dijagonala i površine u konveksnim osmouglovima*, Шеста математичка конференција Републике Српске, zbornik radova, 34-41, Filozofski fakultet Pale, 2017.

7. M. Lj. Ćitić, V. Lj. Govedarica, Convex heptagons with border trapezoids, 14. Serbian Mathematical Congress, Book of Abstracts, Kragujevac, Serbia, 2018.

Назив и сједиште организације у којој је кандидат запослен: Филозофски факултет Пале

Радно мјесто: Виши асистент

Потврђујемо да кандидат испуњава услове утврђене чланом 141. Закона о високом образовању (Службени гласник РС број 67/20).

У прилогу достављамо:

- Извјештај Комисије о оцјени урађене докторске дисертације;
- Приједлог одлуке Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале о усвајању извјештаја Комисије за оцјену урађене докторске дисертације.

ДЕКАН

---

Проф. др Драга Мاستиловић



Телефон/факс: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Адреса: Алексе Шантића 1 71420 Пале, е-пошта: info@ff.ues.rs.ba, http://www.ff.ues.rs.ba  
Telefon/faks: + 387 (0)57 223 479, 227 410, Adresa: Alekse Šantića 1 71420 Pale, e-pošta: info@ff.ues.rs.ba, http://www.ff.ues.rs.ba

Број: 2572/20

Датум: 4. 11. 2020. године

На основу члана 61. Закона о високом образовању Републике Српске (“Службени гласник Републике Српске”, број 67/20), члана 57. Статута Универзитета у Источном Сарајеву (број 01-С-294-III/11, 01-С-250-X/12, 01-С-41-XVII/13, 01-С-198-XX/13, 01-С-44-XVII/13 и 01-С-419-XXXIV/14, 01-С-716-1-XXII/16, 01-С-180-1-XXVIII/17 и 01-С-307-1-XXXIV/17) и члана 93. Статута Филозофског факултета Пале, Наставно-научно вијеће Филозофског факултета Пале, на 281. сједници, одржаној електронским путем од 2. до 4. новембра 2020. године, донијело је

## ПРИЈЕДЛОГ ОДЛУКЕ

о извјештају Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације  
кандидата мр Марка Ћитића

### I

Усваја се извјештај Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима* мр Марка Ћитића, у саставу:

1. Др Видан Говедарица, ванредни професор, Алгебра и геометрија, Електротехнички факултет Источно Сарајево, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор,
2. Др Душко Јојић, редовни професор, Алгебра и геометрија, Природно-математички факултет Бањалука, Универзитет у Бањој Луци,
3. Др Валентина Тимотић, доцент, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

### II

Коначну одлуку о усвајању извјештаја Комисије за оцјену и одбрану докторске дисертације *Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима* мр Марка Ћитића, донијеће Сенат Универзитета у Источном Сарајеву.

ПРЕДСЈЕДНИК ВИЈЕЋА

Проф. др Драга Мاستиловић

Доставити:

- Сенату Универзитета;
- Кандидату;
- Комисији (1-3);
- У досије;
- У списе;
- Архиви.

Одлуком Наставно-научног вијећа Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву, број 1911/20 од 15.9.2020. године именована је Комисија за оцјену и одбрану урађене докторске дисертације кандидата **мр Марка Ћитића** под насловом "**Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима**"

( у даљем тексту: Комисија) у сљедећем саставу:

1. Др Видан Говедарица, ванредни професор, Алгебра и геометрија, Електротехнички факултет Источно Сарајево, Универзитет у Источном Сарајеву, ментор;
2. Др Душко Јојић, редовни професор, Алгебра и геометрија, Природно-математички факултет Бања Лука, Универзитет у Бањој Луци;
3. Др Валентина Тимотић, доцент, Математичка анализа и примјене, Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву.

Комисија је прегледала и оцијенила докторску дисертацију и о томе подноси Наставно-научном вијећу Филозофског факултета Пале, Универзитета у Источном Сарајеву сљедећи

### **ИЗВЈЕШТАЈ** **о оцјени урађене докторске дисертације**

- |  |
|--|
| 1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области |
|--|

Докторска дисертација кандидата мр Марка Ћитића под насловом "*Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима*" припада области Алгебра и геометрија. Предмет истраживања у овој докторској дисертацији су конвексни полигони и конвексни цјелобројни полигони, прецизније конвексни шестоуглови и осмоуглови и конвексни цјелобројни петоуглови, шестоуглови и седмоуглови. Полазећи од познате неједнакости паралелограма која важи за конвексне четвороуглове, доказане су неке аналогне неједнакости овој неједнакости за конвексне шестоуглове и конвексне осмоуглове, које повезују збир квадрата страница, збир квадрата дијагонала и површину конвексног шестоугла, односно осмоугла.

Стенли Рабиновиц је у својој докторској дисертацији из 1986. године доказао низ корисних особина везаних за конвексне цјелобројне полигоне. Између осталог, конструисао је конвексан цјелобројан полигон минималне површине са произвољним фиксираним парним бројем страница. Лако се показује да су у конструисаном полигону сви гранични четвороуглови трапези. Егзистенција конвексних цјелобројних полигона са непарним бројем страница, чији су сви гранични четвороуглови трапези, показао се у општем случају као сложенији проблем. У докторској дисертацији кандидата мр Марка Ћитића посматрани су проблеми егзистенције конвексних цјелобројних петоуглова и конвексних цјелобројних седмоуглова чији су сви гранични четвороуглови трапези.

Кандидат при рјешавању ових проблема паралелност дужи, тј. посматрана геометријска својства, уз помоћ вектора преводи у одговарајућа алгебарска својства – алгебарске једначине. Затим рјешавањем добијеног система алгебарских једначина кандидат рјешава постављени проблем.

2. Оцјена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

Докторска дисертација кандидата мр Марка Ћитића се састоји из пет глава. У главама 3 и 4 све теореме су оригинални резултати, а у глави 5 све теореме, изузев једне, су оригинални резултати. У главама 3 и 4 доказано је више неједнакости које повезују збир квадрата страница, збир квадрата дијагонала и површину конвексног цјелобројног шестоугла (осмоугла), при чему је скуп дијагонала у конвексним шестоугловима и осмоугловима разбијен на двије (три) дисјунктне класе.

У посљедњој глави доказано је да не постоји конвексан цјелобројан петоугао чији су сви гранични четвороуглови трапези, а затим је доказано да постоји конвексан цјелобројан седмоугао чији су сви гранични четвороуглови трапези и наведена су два примјера таквих седмоуглова. На крају главе, доказано је једно интересантно својство коефицијената паралелности у конвексним цјелобројним седмоугловима.

Иако се доста резултата о конвексним цјелобројним полигонима може добити уз помоћ рачунара, кандидат све своје резултате поткрепљује строгим математичким доказима.

3. Преглед остварених резултата рада кандидата у одређеној научној области

Кандидат је од 2007. запослен на Филозофском факултету у Палама, на првом циклусу студија изводио вјежбе из више предмета који припадају ужој научној области Алгебра и геометрија. У јануару 2012. године магистрирао је на Филозофском факултету у Палама. Тема магистарског рада била је *Егзистенција неких конвексних цјелобројних полигона*, а ментор при изради овог магистарског рада био је проф. др Видан Говедарица.

Кандидат је учествовао са пријављеним радовима на свим досадашњим Математичким конференцијама Републике Српске (секција за Алгебру и геометрију). Такође, 2018. године је учествовао са пријављеним радом на 14. Српском математичком конгресу у Крагујевцу. Наводимо преглед најзначајних објављених радова кандидата:

1. Видан Говедарица, Марко Ћитић, *Конвексни цјелобројни полигони са граничним трапезима*, Прва математичка конференција Републике Српске, зборник радова, књига 6, том 3, 87–92, Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву, 2012.

2. Marko Ćitić, *Jedan kombinatorni način za određivanje suma nekih stepenih redova*, Treća matematička konferencija Republike Srpske, separat, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2014.

3. Nebojša Elez, Marko Ćitić, *Uopštenje nejednakosti paralelograma*, Treća matematička konferencija Republike Srpske, zbornik radova, tom 2, 73-74, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2014.

4. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, Milan R. Rapaić, Tomislav B. Šekara, *Optimizacija površine u konveksnim cjelobrojnim petouglovima*, Četvrta matematička konferencija Republike Srpske, zbornik radova, tom 1, 173-182, Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 2015.

5. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, *Nejednakosti između zbira kvadrata stranica, zbira kvadrata dijagonala i površine u konveksnim šestouglovima*, Peta matematička konferencija Republike Srpske (у штампи).

6. Vidan Govedarica, Marko Ćitić, *Optimizacija zbira kvadrata stranica, zbira kvadrata dijagonala i površine u konveksnim osmouglovima*, Šesta matematička konferencija Republike Srpske, zbornik radova, 34-41, Filozofski fakultet Pale, 2017.

7. M. Lj. Ćitić, V. Lj. Govedarica, Convex heptagons with border trapezoids, 14. Serbian Mathematical Congress, Book of Abstracts, Kragujevac, Serbia, 2018.

4. Оцјена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему (по поглављима)

Докторска дисертација кандидата мр Марка Ћитића испуњава све научне и стручне захтјеве, као и захтјеве који су постављени у пријави. У првом поглављу наведени су појмови и теореме неопходни за разумијевање наредне четири главе. У другој глави презентовани су најважнији резултати до којих су у својим докторским дисертацијама дошли Видан Говедарица и Стенли Рабиновиц.

Трећа, четврта и пета глава представљају најважнији дио ове дисертације, јер су сви постигнути резултати у ове три главе, изузев једне теореме, оригинални резултати. У трећој и четвртој глави доказане су неке неједнакости које повезују збир квадрата страница, збир квадрата дијагонала и површину конвексног шестоугла (осмоугла), при чему је скуп дијагонала у таквим шестоугловима (осмоугловима) разбијен на двије (три) дисјунктне класе.

У посљедњој глави посматрани су конвексни цјелобројни полигони са граничним трапезима. Рабиновиц је у својој докторској дисертацији доказао да за сваки паран број већи од 4, постоји конвексан цјелобројан полигон чији су сви гранични четвороуглови трапези, при чему је описао и конструкцију таквог полигона. Егзистенција таквог полигона са непарним бројем страница у општем случају се показао као сложенији проблем. У дисертацији кандидата мр Марка Ћитића доказано је да не постоји конвексан цјелобројан петоугао чији су сви гранични четвороуглови трапези. Затим је одређена једна класа конвексних цјелобројних шестоуглова са четири природна параметра чији су сви гранични четвороуглови трапези. Такође је доказано да постоји конвексан цјелобројан седмоугао чији су сви гранични четвороуглови трапези, при чему су наведена и два примјера таквих седмоуглова. На крају ове главе, доказано је једно интересантно својство коефицијената паралелности у конвексним цјелобројним седмоугловима.

5. Научни резултати докторске дисертације

Научни резултати до којих је кандидат дошао у трећој, четвртој и петој глави дисертације односе се на конвексне полигоне, специјално на конвексне шестоуглове и осмоуглове, као и на конвексне цјелобројне петоуглове, шестоуглове и седмоуглове.

6. Примјењивост и корисност резултата у теорији и пракси

Проблеми о конвексним цјелобројним полигонима налазе примјену у другим областима математике, али и у пракси, на примјер, у рачунарској графици. На основу резултата о површини конвексног цјелобројног полигона могу се добити резултати у теорији бројева, посебно у теорији Диофантових једначина.

С друге стране, како је двострука површина цјелобројног полигона цио број, у проучавању површине конвексног цјелобројног полигона појављују се проблеми из теорије бројева. Тако је, на примјер, теорема 28, као један од најважнијих резултата ове дисертације доказана тако што је у леми 6 ријешена одговарајућа Диофантова једначина.

7. Начин презентирања резултата научној јавности
<p>Један дио оригиналних резултата ове дисертације презентирањем је раније на научним скуповима. То се прије свега односи на Математичке конференције Републике Српске, пошто су у зборницима радова са тих конференција објављени радови [4] и [6], а рад [5] је прихваћен за штампу. Такође, рад [7] је презентовањем на Српском математичком конгресу 2018. године.</p>
8. ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ
<p><b>На основу увида у докторску дисертацију кандидата мр Марка Ћитића, као и свега претходно наведеног у овом Извјештају, Комисија сматра да је кандидат остварио очекиване резултате научног истраживања. Комисија потврђује да је докторска дисертација урађена у складу са пријавом коју је одобрило Наставно-научно вијеће Филозофског факултета у Палама и Сенат Универзитета у Источном Сарајеву. Комисија позитивно оцијењује урађену докторску дисертацију и предлаже Наставно-научном вијећу Филозофског факултета у Палама и Сенату Универзитета у Источном Сарајеву да прихвати Извјештај о оцјени докторске дисертације „Оптимизација површине у конвексним цјелобројним полигонима“ и да кандидату мр Марку Ћитићу одобри јавну одбрану докторске дисертације и стицање титуле доктора математичких наука.</b></p>

Мјесто: Пале

Датум: 13.10.2020.године

КОМИСИЈА:

1. **Др Видан Говедарица**, у звању ванредни професор (НО Алгебра и геометрија, УНО Алгебра и геометрија, Универзитет у Источном Сарајеву, Електротехнички факултет у Источном Сарајеву), ментор;

---

2. **Др Душко Јојић**, у звању редовни професор (НО Алгебра и геометрија, УНО Алгебра и геометрија, Универзитет у Бањој Луци, Природно-математички факултет Бања Лука);

---

3. **Др Валентина Тимотић**, у звању доцент (НО Математичка анализа и примјене, УНО Математичка анализа и примјене, Универзитет у Источном Сарајеву, Филозофски факултет Пале).

---

